

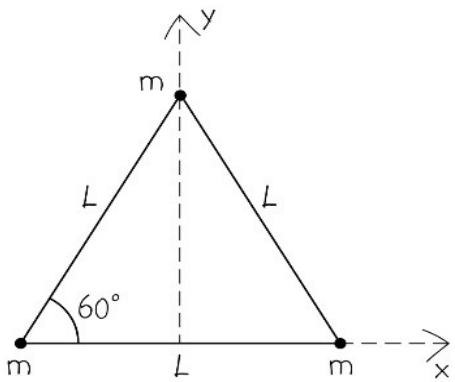
9.13 한 변의 길이가 L 인 정삼각형의 세 꼭지점에 같은 질량의 문체가 각각 놓여있다. 질량 중심은 어디 인가?

→ Sol) $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M},$

간단한 계산을 위해 그림처럼 밑변 가운데를 (0,0)의 좌표로 상정하면
 밑변 꼭지점 두개의 y 값은 0 으로 가운데 꼭지점 y 값만 고려하면된다.

$y_3 = L \sin(60^\circ) = \frac{L\sqrt{3}}{2},$ 가 되고, 정삼각형으로 대칭성을 고려하면,
 x에 대한 중심은 결국 0인 지점이 되고, y에대한 값도 가운데 꼭지점만 고려하면

된다. 즉, $y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m(0) + m(0) + \frac{mL\sqrt{3}}{2}}{m + m + m} = \frac{\sqrt{3}}{6} L = 0.289L$



9.15 뜨거운 팬에서 팝콘이 91 mg 과 64 mg 으로 조각이 난다. 무거운 조각이 수평 속도 47 cm/s 로 움직일 때, 다른 조각난 운동을 설명하라

→ Sol) 운동량 보존에따라 초기에 정지 상태의 운동량이 나중에 조각난 파편들의 운동량의 합과 같아야 하므로,
 $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{0}$ 이다. $\vec{v}_2 = -\frac{m_1}{m_2} \vec{v}_1$ 로 정리할 수 있고, 문제의 변수들을 정리하면
 $m_1=91 \text{ mg}, m_2=64 \text{ mg}$ 그리고 $\vec{v}_1 = (47 \text{ cm} / \text{s}) \hat{i}$ 이를 대입하면 $\vec{v}_2 = -\frac{91 \text{ mg}}{64 \text{ mg}} (47 \text{ cm/s}) \hat{i} = -(66.83 \text{ cm} / \text{s}) \hat{i}$
 가벼운(64 mg) 조각이 반대 수평방향으로 약 67 cm/s 로 움직인다.

9.27 자체 질량이 5500 kg 이고, 최대 적재 중량이 8000 kg 인 동일한 두 트럭이 있다. 첫번째 트럭은 3800 kg 의 짐을 싣고 정지해있다. 65 km/h 로 달리는 두번째 트럭이 첫번째 트럭을 밀면서 같이 37 km/h 로 움직인다. 두번째의 짐은 적재 중량을 초과하였는가?

→ Sol) 운동량 보존 $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$, $m_1 = 5500 \text{ kg} + 3800 \text{ kg} = 9300 \text{ kg}$, 이고, 속도는 정지 $\vec{v}_1 = 0$, m_2 는 모르고, $\vec{v}_2 = 65 \text{ km/h}$, 나중에 두 트럭 모두 동일한 속도 $\vec{v}_f = 37 \text{ km/h}$ 로 각 변수값을 넣어 계산하면,

$$m_2 = m_1 \frac{v_f}{v_2 - v_1} = (9300 \text{ kg}) \frac{37 \text{ km/h}}{65 \text{ km/h} - 37 \text{ km/h}} = 12,300 \text{ kg}$$
가 된다. 자체 질량 5500 kg를 빼면 6800kg 의 짐을 싣었기때문에, 최대 적재 중량을 초과 하지 않는다.

9.44 마찰없는 물 위에 정지한 보트에 20명이 타고 있다. 20명의 총 질량은 1500 kg 이고, 보트의 질량은 12000 kg 일 때, 20명이 동시에 보트 앞부분에서 뒷부분으로 6.5 m 걸어간다면, 보트는 얼마나 움직이는가?

→ Sol) 정지한 보트에 외력이 없기때문에 질량 중심은 변화없이 동일하므로 $0 = m_p x_{pi} + m_B x_{Bi} = m_p x_{pf} + m_B x_{Bf}$ 이다. (p 는 사람, B는 보트, i는 초기상태, f는 마지막상태를 의미) 이 식을 보트와 사람으로 식을 정리하면

$m_B(x_{Bi} - x_{Bf}) = m_p(x_{pf} - x_{pi})$ 로 정리 할 수 있다.

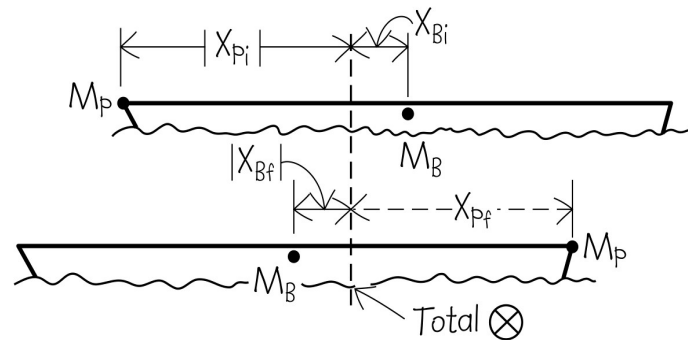
보트가 이동한 거리 $x_{Bi} - x_{Bf}$ 는 고정된 질량 중심에대해 상대적으로 이동한 거리이다.

질량중심 위치는 변하지 않기때문에 사람이 움직인 거리에 대응되는 거리만큼

보트가 움직인다. 이를 표현하면 $x_{Pf} - x_{Pi} = 6.5 \text{ m} - (x_{Bi} - x_{Bf})$ 이고,

위의 식에 대입하면, $m_B(x_{Bi} - x_{Bf}) = m_p[6.5 \text{ m} - (x_{Bi} - x_{Bf})]$ 로

$x_{Bi} - x_{Bf} = (6.5 \text{ m}) \frac{m_p}{m_p + m_B} = (6.5 \text{ m}) \frac{1500 \text{ kg}}{1500 \text{ kg} + 12,000 \text{ kg}} = 72 \text{ cm}$ 가 된다.



9.50 빙판길에 속력 50 km/h 로 달리던 1200 kg 의 자동차가 같은 방향으로 35 km/h 로 달리는 4400 kg 의 트럭과 충돌한다. 그 순간 65 km/h 로 과속하던 1500 kg 의 자동차가 뒤에서 부딪친다. 이 세 자동차가 붙어버리면 속력은 얼마인가?

➔ Sol) 운동량 보존의 법칙에 따라 초기운동량의 합 $p = m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3$ 이 나중 운동량의 합

$p = (m_1 + m_2 + m_3) v_f$ 과 같기때문에 이를 이용하여 나중 운동량의 속력을 구하면

$$v_f = \frac{m_1v_1+m_2v_2+m_3v_3}{m_1+m_2+m_3} = \frac{(1200\text{kg})(50\text{ km/h})+(4400\text{ kg})(35\text{ km/h})+(1500\text{kg})(65\text{ km/h})}{1200\text{ kg}+4400\text{ kg}+1500\text{ kg}} = 44\text{ km/h}$$