

10.13 a) 720 rpm, b) 50°/h, c) 1000 rev/s, d) 1 rev/y (공전 궤도에서 지구의 각속력)을 각각 rad/s 로 표기하라

➔ Sol) a)  $(720 \text{ rev/min}) (2\pi \text{ rad/rev}) (\text{min}/60 \text{ s}) = 24\pi \text{ rad/s} = 75 \text{ rad/s}$   
 b)  $(50^\circ/\text{h}) (\pi \text{ rad}/180^\circ) (\text{h}/3600 \text{ s}) = 2.4 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$   
 c)  $(1000 \text{ rev/s}) (2\pi \text{ rad/rev}) = 2000\pi \text{ s}^{-1} = 6 \times 10^3 \text{ rad/s}$   
 d)  $(1 \text{ rev/y}) = 2\pi \text{ rad}/(\pi \times 10^7 \text{ s}) = 2 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$

10.20 자동차 정비 중 35.0 N·m 의 돌림힘으로 점화 플러그를 조여야 한다. 길이 24.0 cm 의 렌치 손잡이 끝에 a) 수직으로, b) 110° 로 작용 해야 할 힘을 각각 구하라.

➔ Sol )  $\tau = rF \sin \theta = r_{\perp} F = rF_{\perp} \quad ( \because r_{\perp} = r \sin \theta , F_{\perp} = F \sin \theta )$

a)  $F = \frac{\tau}{r \sin \theta} = \frac{35.0 \text{ N}\cdot\text{m}}{(0.24 \text{ m}) \sin (90^\circ)} = 145.83 \text{ N}$

b)  $F = \frac{\tau}{r \sin \theta} = \frac{35.0 \text{ N}\cdot\text{m}}{(0.24 \text{ m}) \sin (110^\circ)} = 155.19 \text{ N}$

10.27 a) 균일한 속이 팍 찬 구로 가정하고 지구의 회전 관성을 구하라. b) 하루의 길이가 100년에 1초 변하려면 어떤 돌림힘을 지구에 작용해야 하는가 ?

→ Sol) 팍찬 구의 회전관성 →  $I = \frac{2}{5}MR^2$ , 토크는  $\tau = I\alpha$ , 각속도  $\omega = 2\pi/T$  이고, 주기 하루는 86400초,

a)  $I_E = \frac{2}{5}M_ER_E^2 = \frac{2}{5}(5.97 \times 10^{24} \text{ kg})(6.37 \times 10^6 \text{ m})^2 = 9.69 \times 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

b) 100년에 1초 변하면,  $\frac{dT}{dt} = \frac{1 \text{ s}}{(100 \text{ y})(3.16 \times 10^7 \text{ s/y})} = 3.16 \times 10^{-1}$  이 변화량이 곧 각가속도에 대응되므로

$\alpha = \frac{d\omega(T)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{2\pi}{T}\right) = -\frac{2\pi}{T^2} \frac{dT}{dt}$  이고, 이를 위한 돌림힘은

$\tau = I|\alpha| = \frac{2\pi I}{T^2} \frac{dT}{dt} = \frac{2\pi(9.69 \times 10^{37} \text{ kg} \cdot \text{m}^2)}{(86,400 \text{ s})^2} (3.16 \times 10^{-10}) = 2.58 \times 10^{19} \text{ N} \cdot \text{m}$

\*FYI b번과 같은 현상은 실제로 달에 의한 조수간만의 차에서 발생하는 마찰력, 또한 지구는 a)번처럼 완전히 팍찬 구의 형태가 아니라 약간 찌그러진 구 형태에 지구 내부는 맨틀과 핵으로 구성되어 훨씬 더 복잡하다.

10.56 a) 질량 60 kg 인 피겨 스케이팅 선수의 신체를 적절한 원통으로 가정하고 회전관성을 구하라. B) 양팔을 펼치면 회전 관성의 증가량은 몇 % 인가? ( 보너스 문제)

→ Sol) 원통의 회전관성  $I = \frac{1}{2}M_iR^2$ , 양팔을 펼쳤을때 회전관성 : 원통+양팔 =  $I = \frac{1}{2}M_fR^2 + \frac{1}{12}M_rL_r^2$ ,

지극히 개인적으로 가정하는 변수 : 김연아 선수 키 164cm, 팔길이 68cm, 어깨넓이 46cm, 몸무게 47 kg  
 (\*출처 : 중앙일보 스포츠분야 2010년 2월 24일자 "김연아 황금몸매")

어깨넓이 절반을 원통반지름 R로 가정, 팔을 길이 L 로 가정, 한 팔의 질량을 몸무게의 4.7kg(10%)로 가정.

a) 팔을 접어 원통으로 가정한 상태의 회전 관성 :  $I = \frac{1}{2}M_iR^2 = \frac{1}{2}(47 \text{ kg})(0.23 \text{ m})^2 = 1.24315 \cong 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

b) 팔을 펼쳤을 때,  $I = \frac{1}{2}M_fR^2 + \frac{1}{12}M_rL_r^2 = \frac{1}{2}(47 - 8.5 \text{ kg})(0.23 \text{ m})^2 + \frac{1}{12}(8.5 \text{ kg})(1.34 \text{ m})^2 = 1.2 + 1.2 \cong 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$   
 약 100% 증가.

10.69 반지름 R, 두께 w 인 원판의 밀도는  $\rho = \rho_0 r/R$  이며, r은 원판 중심으로부터 거리이다. a) 원판의 총 질량 M 을 구하라. b) 원판 중심축에 대한 회전관성을 M과 R로 표기하라. 밀도가 균일한 고체 원판 및 고리의 회전 관성과 각각 비교하라

→ Sol) 회전관성을 구하기 위해 먼저 미소 질량 dm 을 구하면,

$$dm = \rho(r)dV = \left(\frac{\rho_0 r}{R}\right) 2\pi r w dr = \frac{2\pi\rho_0 w}{R} r^2 dr$$

원판 전체 질량 M은  $M = \int_0^R dm$  이고, 원판의 회전 관성은  $I = \int_0^R r^2 dm$  이다.

a) 질량 M 은  $M = \int_0^R dm = \frac{2\pi\rho_0 w}{R} \int_0^R r^2 dr = \frac{2\pi\rho_0 w R^2}{3}$

b) 회전관성 I 는  $I = \int_0^R r^2 dm = \frac{2\pi\rho_0 w}{R} \int_0^R r^4 dr = \frac{2\pi\rho_0 w R^4}{5} = \frac{3}{5} \left(\frac{2\pi\rho_0 w R^2}{3}\right) R^2 = \frac{3}{5} MR^2$

균일한 고체 원판의 회전관성은  $\frac{1}{2} MR^2$  이고, 고리의 회전관성은  $MR^2$  이므로, 문제의 회전관성은  $\frac{1}{2} MR^2 < I < MR^2$  로 균일한 고체 원판보다는 회전관성이 크고 고리보다는 회전관성이 작다.